



• Exercice 1 : (3points)

- 1) Soit  $ABCD$  un trapèze de base  $[AB]$  et  $[CD]$  tel que  $AB > CD$ .  
 $h$  est une homothétie de rapport  $k$  qui transforme  $[AB]$  en  $[CD]$ .

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

a/  $0 < k < 1$

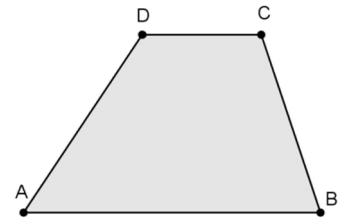
b/ L'image de la droite  $(AD)$  par  $h$  est la droite passant par  $C$  et parallèle à  $(AD)$ .

- 2)  $(u_n)$  étant une suite arithmétique.

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

a/  $\frac{u_{4000} + u_{28}}{2} = u_{2014}$

b/ Si  $u_3 = 10$  et  $u_5 = 22$  alors le reste de la division euclidienne de  $u_n$  par 3 est 2.



• Exercice 2 : (9points)

Les parties A) et B) sont indépendantes.

- A) Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = -2$  et telle que  $v_2 = -1$ .

1) Calculer  $v_0$  puis exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

2) On pose  $S_n = v_2 + v_3 + \dots + v_n$

a/ Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .

b/ Déterminer  $n$  sachant que  $S_n = -81$

3) On pose  $S = v_2 + v_4 + \dots + v_{10}$  et  $S' = v_3 + v_5 + \dots + v_{11}$

a/ Montrer que  $S + S' = -100$  et que  $S' - S = -10$

b/ Déduire les valeurs de  $S$  et  $S'$

- B) Soit  $(u_n)$  la suite définie sur  $IN$  par  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3 + u_n^2} \end{cases}$

1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ . La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Justifier.

2) Soit la suite  $(w_n)$  définie sur  $IN$  par  $w_n = u_n^2$

a/ Montrer que  $(w_n)$  est une suite arithmétique. Préciser sa raison.

b/ Déterminer le terme général  $w_n$  en fonction de  $n$ .

c/ En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$ .

• Exercice 3 : (8points)

Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$ ,  $I$  est un point tel que  $OI = \frac{R}{3}$ .

On désigne par  $h$  l'homothétie de centre  $I$  et de rapport  $k = -\frac{3}{2}$ .

1) Construire le cercle  $\mathcal{C}' = h(\mathcal{C})$ . Soit  $O'$  son centre.

2) Les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  se coupent en  $A$  et  $B$ .

La droite  $(AI)$  recoupe  $\mathcal{C}$  en  $E$  et  $\mathcal{C}'$  en  $F$  et la droite  $(BI)$  recoupe  $\mathcal{C}$  en  $M$  et  $\mathcal{C}'$  en  $N$ .

a/ Déterminer  $h(A)$  et  $h(E)$

b/ Montrer que  $(FN) \parallel (AB)$  et que  $\overrightarrow{FN} = \frac{9}{4} \overrightarrow{EM}$ .

3) Soit  $H$  le projeté orthogonale de  $O$  sur  $(AM)$  et  $H'$  le projeté orthogonale de  $O'$  sur  $(BF)$ .

Montrer que  $I, H$  et  $H'$  sont alignés.

4) On suppose dans cette question que le point  $I$  est variable sur le cercle  $\Gamma$  de centre  $O$  et de rayon  $\frac{R}{3}$ .

Quel est le lieu des points  $O'$  lorsque  $O$  varie ?